

La determinación de \mathbf{d}_k define al método en cuestión.

En la determinación de $\bar{\lambda}$, el conjunto S_λ puede ser \mathbb{R} o \mathbb{R}^n , o un intervalo (α, β) de modo que $\mathbf{x}^{(k)} + \lambda \mathbf{d}_k \in S$. Si f es diferenciable, entonces $g'(\lambda) = \nabla f(\mathbf{x}^{(k)} + \lambda \mathbf{d}_k) \cdot \mathbf{d}_k$ y por lo tanto, para obtener λ tal que $g'(\lambda) = 0$, es necesario resolver la ecuación:

$$\nabla f(\mathbf{x}^{(k)} + \lambda \mathbf{d}_k) \cdot \mathbf{d}_k = 0$$

lo cual puede ser muy difícil porque dicha ecuación es no-lineal, si f es no-lineal.

Más aún, una solución λ de $g'(\lambda) = 0$ no siempre corresponde a un mínimo de g , y debido a esto, el valor $\bar{\lambda}$ se obtiene mediante un procedimiento numérico, en lugar de usar la condición necesaria de 1^{er} orden para minimizar la función g (i.e., resolver $g'(\lambda) = 0$).

En el caso que f no sea diferenciable, la búsqueda de un mínimo de f también se realiza siguiendo las etapas descritas anteriormente, sin considerar por supuesto lo relacionado con el gradiente de f , y la búsqueda se remite simplemente a la determinación de la dirección de descenso y la del “paso”, valor de $\bar{\lambda}$, y esto último se obtiene mediante técnicas que no usan la derivada de la función g (la cual no es derivable, porque f no es diferenciable).

Busquedas unidimensionales sin usar derivadas

El problema en estudio es : $\text{Min } \{g(\lambda) : a \leq \lambda \leq b\}$.

Como el mínimo de $g(\lambda)$ no se conoce, el intervalo $[a, b]$ se denomina **intervalo de incertidumbre**. La búsqueda es conducida de modo que en cada iteración se **elimina** una parte del intervalo de incertidumbre (asociado a dicha iteración), reduciéndose el intervalo de búsqueda.

Los métodos que se describen asumen que la función g es **estrictamente convexa**, condición que asegura la convergencia de la sucesión de puntos generados, al punto mínimo de $g(\lambda)$.

La siguiente propiedad permite determinar que parte del intervalo se debe eliminar.

Propiedad 1. Sea $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ función estrictamente convexa en $[a, b]$, y sean $\lambda, \mu \in [a, b]$ tal que $\lambda < \mu$.

Si $g(\lambda) > g(\mu)$, entonces $g(z) \geq g(\mu)$, para todo $z \in [a, \lambda]$. Si $g(\lambda) < g(\mu)$, entonces $g(z) \geq g(\lambda)$, para todo $z \in (\mu, b]$.

Busqueda uniforme. El intervalo inicial $[a, b]$ se divide en p sub-intervalos de igual longitud determinando los puntos $\lambda_k = a_1 + k\delta$, $k = 1, \dots, n$, donde $b_1 = a_1 + (p+1)\delta$.

Se evalúa g en λ_k y se determina $\hat{\lambda}$ tal que $g(\hat{\lambda}) = \min \{g(\lambda_k)\}$

Como g es estrictamente convexa, el mínimo $\bar{\lambda} \in [\hat{\lambda} - \delta, \hat{\lambda} + \delta]$

Si la longitud del intervalo encontrado, 2δ , es menor que la tolerancia preestablecida, se elige $\bar{\lambda} = \hat{\lambda}$. Caso contrario, dicho intervalo es el nuevo intervalo de búsqueda $[a_2, b_2]$ y se repite el procedimiento.